PROCEEDINGS OF IAM, V.8, N.1, 2019, pp.106-110

LMI МЕТОД РЕШЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО ВНН- УРАВНЕНИЯ В НОРМАЛЬНОМ СЛУЧАЕ

Ш.А. Фараджева

Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан
e-mail: f.sherqiyye@yahoo.com

Резюме. В отличие от [9] сведение ВНН –матричного уравнение $X - A\overline{X}B = C$ к классическому уравнению Стейна, приводится алгоритм решение на основе линейных матричных неравенств (LMI) . Показывается, что, предложенный LMI алгоритм для решение ВНН –уравнений более проще и удобно для реализации чем известные. Результаты иллюстрируется примером.

Ключевые слова: ВНН-уравнение, LMI-метод, уравнение Стейна.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение.

Как известно [9,4] уравнение

$$X - A\overline{X}B = C \tag{1}$$

называется дискретным ВНН -уравнением в честь первых букв авторов [9].
Отметим что, матричные уравнения Сильвестра рассмотрены в [1-3,7-8].
В [9] сводив уравнение (1) к уравнению Стейна

$$X - (A\overline{A})X(\overline{B}\ B) = C + A\overline{C}\,B \tag{2}$$

применяется стандартная процедура dlyap.m системы MATLAB где коэффициенты A,B являются сопряженно нормальными матрицами т.е.

$$AA^* = A^*A,\ \ BB^* = B^*B$$

Здесь A и B матрицы размерности $m \times m$ и $n \times n$ соответственно, правая часть C и искомая матрица X -эта матрицы размера $m \times n$.
Однако используя LMI- алгоритм , можно исключить процедуру (2) и непосредственно решать уравнение (1)

В данной работе сначала приводится общие факты LMI- алгоритма

2. LMI- -метод

Как известно [3,4] матричное неравенство

$$\begin{bmatrix} N(x) & P(x) \\ P'(x) & R(x) \end{bmatrix} > 0 \tag{3}$$

эквивалентно следующему матричному соотношений

$$R(x) > 0,\ \ N(x) - P(x)R^{-1}(x)P'(x) > 0, \tag{4}$$

$N(x),\ \ R(x) -$ симметричные матрицы и вместо $P(x)$ линейно зависят от аргумента x; штрих ` означает операцию транспонирование.
Аналогично этому (3) и (4) если рассмотреть системы линейных матричных нерваенств

$$\begin{bmatrix} \Pi_i & K_i \\ K_i' & C \end{bmatrix} > 0,\ \ i = 1, 2, ..., k,\ \ \Pi_i = \Pi_i' \tag{5}$$

То по (4)

$$\Pi_i > K_i K_i',\ i = 1, 2, ..., k \tag{6}$$

В соответствии (6) мы должны рассмотреть стандартные LMI задачи для собственных значений, т.е. задачи минимизации

$$cx = \sum_{i=1}^{k} \gamma_i tr(\Pi_i) \tag{7}$$

при условии (6). Для решение этих задач используется стандартная процедура mincx.m из пакета прикладных программ MATLAB в равенстве [6]

3. Приведение к LMI форму

Сначала предположим, что в (1) матрицы A, B и C представлены в следующем виде

$$A = A_1 + iA_2,\ \ B = B_1 + iB_2,\ C = C_1 + iC_2,\ X = X_1 + iX_2$$

Тогда для реальных и нереальных частей уравнений (1) имеем следующие алгебраические уравнения

$$\begin{aligned} n_1 &= X_1 - A_1X_1B_1 - A_1X_2B_2 + A_2X_1B_2 - A_2X_2B_1 = C_1 \\ n_2 &= X_2 - A_1X_1B_2 + A_2X_2B_1 - A_2X_1B_1 - A_2X_2B_2 = C_2 \end{aligned} \tag{9}$$

Обозначая

$$\begin{aligned} K_1 &= n_1 - C_1, \\ K_2 &= n_2 - C_2, \end{aligned} \tag{10}$$

имеем LMI (5) или (6). Используя процедуру mincx.m пакета MATLAB можем найти решение уравнение (1).
Результаты проиллюстрируем на следующем примере:
Пример 1.Пусть коэффициенты уравнения (1) даны в следующем виде

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -117 & 78 \\ -228 & -70 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 199 & 115 \\ 219 & 275 \end{bmatrix}$$

С этими исходными данными решая уравнения (1) с помощью вышеприведенного метода получим решение

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1.000008 & -0.000006 \\ 2.999996 & 0.000004 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0..9999994 & 3.000004 \\ 8.0 & 0.000001 \end{bmatrix},$$

Вычисленные невязки системы имеют вид nev = 1.7053e-014;

Заключение

Для решения дискретного ВНН- уравнения в нормальном случае предложен алгоритм, базирующиеся на вычислительных процедурах линейных матричных неравенств в среде Matlab. На примере анализируются полученный результат, который показывает эффективность предложенного метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aliev F.A., Larin V.B. On the solving of matrix equation of Sylvester type// Computational Methods for Differential Equations, 2019,V. 7, N.1, pp. 96-104
2. Aliev F.A., Larin V.B. Solving the System of Sylvester Matrix Equations // International Applied Mechanics , 2018, V.54, pp. 611-616
3. Aliev F.A., Larin V.B On solution of modified matrix Sylvester equation // TWMS journal of applied and engineering mathematics 2019, V.9 , N.3, pp. 549-553
4. Bevis J.H. , Hall F.J. , Hartwing R.H. Consi-Sinilarity and the matrix equation AX-XB=C . proc. Third Aubivm matirix theory Conference –Amsterdam : North Holland, 1987, p.51-64
5. Boyd S., Chaoni L.E., Feron E., Balakrishnan V, Linear matrix inequalities in System and Control Theory, Philadelpia: SIAM, 1994
6. Gahinet P., Nemirovski A., Laub A.J., Chilali M. LMI Control Toolbox Users Guide.– The MathWorks Inc., 1995.- 306 p.
7. Larin V.B. On Solution of Sylvester Equation // J. of Automation and Information Sciences.– 2009.– **41**, № 1.– С. 1 – 7.
8. Алиев Ф.А., Ларин В.Б. О решении системы матричных уравнений Сильвестра //Прикладная Механика 2018, Т.54, N.5, с.136-142

9. Икрамов Х.Д., Воронцов Ю.О Численное решение дискретично ВНН уравнения в нормальном случае . Сибирский Журнал Вычислительной Математики 2018, Т.21, №4, с.367-373

LMI Method for solving the discrete BHH- equation in the normal case

Sh. A. Farajova

Institute Applied of Mathematics, BSU,Baku, Azerbaijan
e-mail: f.sherqiyye@yahoo.com

ABSTRACT

In contrast to [1], the reduction of the BHH –matrix equation $X - A\overline{X}B = C$ to the classical Stein equation, provides an algorithm for solving based on linear matrix inequalities (LMI). It is shown that the one proposed by LMI algorithm for solving BHH equations is more simple and easier to implement than the known ones. The results are illustrated with an example.

Keywords: BHH-equation, LMI-method, Stein's equation.

References

1. Aliev F.A., Larin V.B. On the solving of matrix equation of Sylvester type// Computational Methods for Differential Equations, 2019,V. 7, N.1, pp. 96-104
2. Aliev F.A., Larin V.B. Solving the System of Sylvester Matrix Equations // International Applied Mechanics , 2018, V.54, pp. 611-616
3. Aliev F.A., Larin V.B On solution of modified matrix Sylvester equation // TWMS journal of applied and engineering mathematics 2019, V.9 , N.3, pp. 549-553
4. Bevis J.H. , Hall F.J. , Hartwing R.H. Consi-Sinilarity and the matrix equation AX-XB=C . proc. Third Aubivm matirix theory Conference –Amsterdam : North Holland, 1987, p.51-64
5. Boyd S., Chaoni L.E., Feron E., Balakrishnan V, Linear matrix inequalities in System and Control Theory, Philadelpia: SIAM, 1994
6. Gahinet P., Nemirovski A., Laub A.J., Chilali M. LMI Control Toolbox Users Guide.– The MathWorks Inc., 1995.- 306 p.
7. Larin V.B. On Solution of Sylvester Equation // J. of Automation and Information Sciences.– 2009.– **41**, № 1.– C. 1 – 7.
8. Aliev F.A., Larin V.B. O reshenii sistemy matrichnykh uravneniy Sil'vestra //Prikladnaya Mekhanika 2018, T.54, N.5, s.136-142 (Aliyev, F.A., Larin V.B. On solving a system of Sylvester matrix equations // Applied Mechanics 2018, T.54, N.5, pp. 1336-142) (in Russian)

9. Ikramov Kh.D., Vorontsov Yu.O Chislennoe reshenie diskretichno VNN uravneniya v normal'nom sluchae . Sibirskiy Zhurnal Vychislitel'noy Matematiki 2018, T.21, №4, s.367-373 (İkramov Kh.D., Vorontsiv yu.O. Numerical solution of the discrete BHH-equation in the normal case // Siberian J. Num. Math. 2018, V.21, № 4, p.367-373) (in Russian)